第一页为封面页

参赛队员姓名：周思远 崔津墀 吕相舟

中学：长春吉大附中实验学校

省份：吉林省

国家/地区：中国

指导教师姓名：李金华

论文题目：阶梯定价缓解十一假期高速公路拥堵——价格歧视视角下的消费者行为的数学模型

第二页为创新性申明

本参赛团队声明所提交的论文是在指导老师指导下进行的研究工作和取得的研究成果。尽本团队所知，除了文中特别加以标注和致谢中所罗列的内容以外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果。若有不实之处，本人愿意承担一切相关责任。

具体原创性内容如下：

1.基于消费者均衡理论，构建了三阶梯分流的数学模型。

2.提出了简便有效、实施成本较低的缓解十一假期高速公路拥堵的具体方案-三阶梯分流方案。所提方案既保证了高速公路免费总时长（7天），又最大程度保障了出行者享受免费政策的权益。

3.通过调查问卷获得的消费者支付意愿数据，利用 Matlab 对相关参数进行估计，测算了模型方案的理论实施效果。

参赛队员：________ 指导老师：________

2018年9月26日

阶梯定价缓解十一假期高速公路拥堵

Ladder-pricing eases National Day holiday highway congestion

——价格歧视视角下的消费者行为的数学模型

——Mathematical model of consumer behavior based on the perspective of price discrimination

阶梯定价缓解十一假期高速公路拥堵

——价格歧视视角下的消费者行为的数学模型

摘 要

节假日高速公路免费政策拉动了人群消费和相关产业发展，但导致的高速公路拥堵已给社会和环境带来不可忽视的影响。本文根据国内外研究现状总结了高速公路拥堵成因及解决对策，基于消费者均衡理论建立数学模型，描述出行者在通行价格、拥堵时间与日程安排三者之间进行均衡决策的过程，并以十一假期高速出行为例，通过调查问卷得到相关数据，并运用 MATLAB 测算了所涉及方案的预测效果，以期为政府部门提供决策参考。

关键词：消费者均衡 高速公路拥堵 有秩序分流 阶梯收费 线性函数 错峰出行

Abstract

The free policy of highway on holidays promotes the consumption of people and the development of related industries, but the highway congestion has made an impact on the social and environmental. This paper summarizes the causes of high-way congestion and countermeasures according to the current situation of domestic and foreign research, taking National Day holidays as an example and designing the “orderly shunting” scheme based on the theory of consumer equilibrium. We can understand the public opinion and the feasibility of the plan based on questionnaire. Then we set up the mathematical model according to the result and describe the travelers’ balanced decision—making process between the going price, congestion and schedule time. At last, the specific ladder pricing schemes is given.

Key words: consumer equilibrium; highway congestion; orderly shunting; ladder pricing; linear function; peak travel

目录

1 引言

2012 年国家出台政策，在春节、清明节、劳动节、国庆节等四个重大节假日期间，免收 7 座及以下小型客车通行费。这项惠民政策对经济发展起到了积极的促进作用，但同时公路拥堵、事故频发、污染加剧等问题也日益突显。其中，激增的出行需求导致高速公路拥堵，是广大群众切身感触最深，也最关心和最迫切希望解决的问题，因此解决法定假日期间高速公路拥堵问题具有重要现实意义。

相关资料显示，截至 2017 年 6 月底，中国机动车保有量已达 3.04 亿，2017 年底高速公路建设里程近 14 万公里，2015 年以来选择十一假期出行的人数逐年上升，2017 年更是突破了 7 亿人次。高德地图发布的数据显示，拥堵主要集中在京津冀、长三角、珠三角以及成渝地区，2017 年 10 月 1 日高速公路拥堵程度达到平时的四倍，日均拥堵里程数相比 2016 年上升了 51.5%。

2 研究综述

近年来，随着对节假日高速公路拥堵问题的关注度不断升温，专家学者、科研人员及政府管理者也结合各自领域和职责开展了深入的研究和分析。从不同角度分析了重大节假日高速免费政策和高速拥堵问题，对节假日期间高速拥堵的成因和解决对策进行了研究。

2.1 高速公路拥堵成因分析

近年来，我国专家学者从不同角度分析了节假日高速拥堵的原因，可概括为以下几方面：

（1）**政策因素。**这种观点认为，现行高速公路免费政策，是造成拥堵的主要原因。周聪（2017）提出节假日高速免费政策虽然为公众节约了出行成本，但也导致短期内高速车流激增，造成道路拥堵。

（2）**市场因素。**这种观点认为，出行需求的瞬时增长造成了与道路供给之间的矛盾，从而导致拥堵。石乐（2016）提出节假日高速公路免费使高速公路从准公共物品变成了公共物品，从而导致高速拥堵。

（3）**管理体制机制因素。**这种观点认为，目前管理部门的体制机制不完善造成了节假日高速拥堵。例如穆霄峰（2016）提出高速路网设计及节日期间管理部门交通管理、收费策略、应急处置方面的不足造成了高速拥堵。

（4）**技术因素。**这种观点认为，目前高速公路的智能交通信息管理技术水

平不能满足出行需求，从而导致拥堵。例如马姝宇（2017）提出节假日出行者对信息的依赖更强，现有的信息手段无法满足出行者的信息需求导致拥堵。

2.2 国内外缓解高速公路拥堵对策分析

2.2.1 国外缓解高速公路拥堵对策

国外主要是运用价格调节、信息发布和智能交通管理等手段治理拥堵。如**美国**加州圣迭戈市在普通公路旁修建快速通道供公共汽车使用，但也允许小汽车付费进入。司机们可以选择较为拥挤的普通道路，或是付费进入快速通道。**韩国**首尔提高了燃油税，且每辆车定期征收 2000 韩元交通拥挤费，但对乘员 3 人以上的车辆进行免费，从而定使小轿车通行量减少 53%，通行速度提高一倍。**荷兰**资讯科技公司 Technolution、GPS 导航设备公司 TomTom 以及德尔夫特科技大学，于 2014 年共同研究了新定位导航系统，该系统能够提前通知司机变道，尽可能避免高速公路塞车问题。

2.2.2 国内缓解高速公路拥堵对策

（1）政府层面缓解高速公路拥堵对策

近年来，政府相关部门不断出台加强路网建设、提升技术手段等政策，支持交通运输业的发展，对于缓解高速公路拥堵起到了一定的引导作用。2016 年，我国高速公路建设完成投资 8235.32 亿元，增长 3.6%。2017 年，公安部交管部门联合高德地图，特别针对国庆拥堵问题发布了《2017 年国庆节出行安全指南》，在总结历年交通大数据的基础上，预测了全国高速节日期间的运行趋势。

（2）学术层面缓解节假日高速公路拥堵的建议

众多学者针对节假日高速拥堵问题，也提出了很多对策建议，主要包括以下几个方面：

一是通过完善政策治理拥堵。李稻葵（2013）认为“免费政策”是造成高速拥堵的主因，应取消现行免费政策，“长假高速涨价 50%，所有增加的收费分给 100 个贫困县扶贫办学”。

二是通过市场调节治理拥堵。叶娟（2017）提出可以依据车流量大小及交通淡旺季情况制定高低不同的收费标准。

三是通过加强管理治理拥堵。周聪（2017）认为，应从完善相关法律法规、建立临时指挥机构、明确三级管控机制、引导社会力量等方面入手，缓解节假日

高速公路拥堵。

四是通过推广技术治理拥堵。吕梦蛟（2016）、王征（2016）提出基于各种新技术手段，对节假日高速公路运行状况进行流量预测和数据统计，提前发布预测数据。

2.3 国内外缓解高速公路拥堵对策的不足

从国外看，各国虽制定实施了一些避免高速公路拥堵的政策措施，但其高速公路管理制度、收费制度与我国差别较大，用于治理类似我国“重大节假日高速公路拥堵”问题，针对性不强。从国内看，不足之处主要有以下几点：

（1）有的周期长见效慢。政府层面宏观政策引导需要过程，而增加高速公路设施建设周期较长（一般为 3～5 年，有的长达 5～8 年），缓解拥堵的效果无法在短期内显现。

（2）有的有违惠民政策初衷。单纯通过取消免费政策或涨价等市场化手段缓解拥堵，民众不易接受，可能会产生负效应。

（3）有的效果不明显。我国权威部门联合各大数据平台提前发布预测信息缓解高速拥堵，但从近几年拥堵数据来看，效果尚不明显。

2.4 数学模型的理论依据

2.4.1 公共物品理论

公共物品是相对于私人物品而言的，具有非竞争性和非排他性。非竞争性是指某商品被提供后，增加一个消费者不会减少任何一个人对该商品的消费数量和质量，其他人消费该商品额外成本为零。非排他性是指消费者无法通过对某商品的占用而排除他人对该商品的使用。

高速公路因为收费通行而具备了准非竞争性与排他性。但在十一假期由于车流量大幅增加超过设计通行能力，使其具备了完全的竞争性，此时本应通过市场价格机制进行调节，但在免费政策背景下，又使其具备完全的非排他性，从而造成拥堵。

2.4.2 消费者均衡理论

消费者均衡理论是研究消费者决策其消费商品组合的理论。即消费者如何把有限的货币收入分配在各种商品的购买中以获得最大的效用。

消费者在高速公路上通行期间，可以研究如何达到支付的通行费和所减少的

拥堵通行时间之间的最优组合，以使消费者出行效用最大化。

3　消费者决策过程与效用函数模型的建立

3.1 消费者的决策过程

十一自驾出行过程具有度假休闲性特征，因此出行者决策具有综合性、动态化等特征，涉及的内容包括出行的目的地、时间、游玩天数，还有出行过程中的住宿、娱乐等，凡是与之相关的内容与活动都在决策考虑范围之内，需要依据实际情况做出组合和决定。

出行者是理性的决策者，会寻求一种准确有效的方式来满足自己的出行愿望和需要。根据消费者购买决策理论，出行者在决策的过程中会主动地去搜集各种相关信息，并对信息进行分析、评估和选择，并最终确定出行决策方案。

十一自驾出游决策过程是一个包括从内在的心理活动作用到外显行为实施的连续体，可将此过程理解为一系列相关的阶段或步骤。对消费者行为模型的研究结果显示，十一出行决策是一个连续的多步骤、动态的决策过程，其内容和过程包括去哪儿、路线、预算、时间等。

3.2 方案设想

结合前文分析，考虑到既要保证现行免费政策的总时长（7 天），又最大程度保障出行者享受免费的权益，那么适度运用价格杠杆，采取分时段阶梯式收费方式，对集中出行人群在时间上进行“有秩序分流”，应该是较为简便易行的方法。假设十一国家法定假期为 10 月 1 日～7 日，具体方案设想如下：

三阶梯式分流方案：由 10 月 1 日至 7 日免费，调整为 10 月 1 日全价，10 月 2 日 p 折收费，10 月 3 日～8 日免费，10 月 9 日 p 折，10 月 10 日恢复全价。

3.3 模型假设

无论是国内的相关研究还是国外的类似经验，表明弹性的价格是调整高速公路车流量的有效手段。而从经济学角度来看，这就意味着高速公路消费者具有不同的需求价格弹性，即不同个体对高速通行成本与用时的偏好不同，这既是实现价格分流的基础，同时偏好的分布情况也是制定最优价格区间的根本。那么，根据消费者均衡理论，本章基于十一高速出行者在通行价格、拥堵时间及日程安排建立数学模型，对模型做出如下假设：

假 设 一：在假期高速免费政策背景下，出行者对于收费持有负向态度，即

采用付费通行的方式会给出行者带来负效用。

假 设 二：在假期高速拥堵现状背景下，出行者对于减少的拥堵时间持有正向态度，即减少拥堵的时间比例越高，出行者的效用越高。

假 设 三：出行者认为消费者对高速公路的需求呈线性函数形式。

假 设 四：出游天数对出行者具备正向效用，因此选择不同的出行方式会影响出行天数的安排。

因此，根据不同消费者对于影响假期高速公路通行的三个影响因素不同的偏好程度，本文提出利用价格，在时间维度上实现分流。

3.4 消费者效用函数的构建

根据假设一、二、四，构建如（1）式所示的出行者效用函数：

$$U_i(P_i, tt_i, T_i) = u_i(P_i, tt_i) + \beta \ln T_i \quad (1)$$

$$u_i(P_i, tt_i) = ln\left(2 - \frac{P_i}{P_0}\right) + \gamma ln\left(2 - \frac{tt_i}{tt_m}\right) \quad (2)$$

式中 $U_i(P_i, tt_i, T_i)$：第 i 个出行者的总效用函数；

$u_i(P_i, tt_i)$：第 i 个出行者的价格-时间效用函数；

P_i：第 i 个出行者愿意支付的通行费用；

P_0：高速公路正常通行的收费价格；

tt_i：第 i 个出行者的预计通行时间；

tt_m：在当前免费政策条件下高速公路的拥堵通行时间；

T_i： 第 i 个出行者选择的出游天数；

γ：出行者价格-时间效用偏好；

β：出行者日程偏好。

为了简化函数表达形式，令：

$$p_i \equiv \frac{P_i}{P_0} \in [0,1], \quad t_i \equiv \frac{tt_i}{tt_m} \in (0,1] \quad (3)$$

表示未折扣价格比例与未节省拥堵时间比例，从而将式（2）改写成：

$$u_i(p_i, t_i) = ln(2 - p_i) + \gamma ln(2 - t_i) \quad (4)$$

式（4）的连续效用函数必须同时满足微观经济理论中对于效用函数性质的定义，及采用拉格朗日函数法求解最优解的函数性质：

性 质 一：单调性，效用随着消费品数量的增加而单调递增。就式（4）的效用函数而言，随着价格优惠的程度$2 - p_i$与节省时间比例$2 - t_i$的不断增加，消

费者获得更高的效用，因此式（4）中未知参数$\gamma \geq 0$。

性 质 二：凸性，消费集必须是凸集。即消费者不同消费组合的线性组合必须包含在消费集中。就式（4）的效用函数而言，消费集的凸性就意味着效用函数图像的凹性，从而在确定的预算约条件下能够求得式（4）最大化的最优解。因此，式（4）一方面采用对数函数形式，另一方面严格定义每一项系数均为正数。

性 质 三：连续可微性，效用函数必须是连续可微的才能够使用拉格朗日函数法求解最优化问题。

3.5 模型求解

本文采用由局部均衡到一般均衡的方法解决混合效用函数最优化问题，首先求解出行方式选择中价格与时间的连续函数最优化问题，如式（5）所示：

$$\max_{p_i} u_i(p_i,t_i) = ln(2-p_i) + \gamma ln\big(2-E(t_i)\big)$$

$$s.t.\ E(t_i) = t(p_i) \tag{5}$$

其中　$t(p_i)$：第 i 个出行者某一价格水平下高速公路通行时间的预期。

3.5.1 基于线性需求的 $t(p_i)$ 函数求解

依据假设三，出行者具有线性的主观需求函数，因此为求得需求函数，必须明确函数上两点。当分流政策第一次实施时，消费者仅能依据平时高速公路的价格与通行需求以及假期拥堵需求来确定其主观需求函数，当分流政策实施后，消费者将依据实际分流效果以及拥堵需求来调整实际分流效果，即$t(p_i)$ 过点(P_0,x_0)和$(0,x_m)$，其中 x 为高速公路的通行需求，(P_0,x_0)代表消费者的参考点，而$(0,x_m)$代表拥堵价格和需求。那么，就能根据两点建立消费者主观需求函数，如式（6）所示：

$$P_0 - P_i = \frac{P_0}{x_m - x_0}(x_i - x_0) \tag{6}$$

接着，建立高速公路通行量与通行时间的函数关系。设高速公路上车辆速度为v，刹车时的加速度为a，则安全距离

$\frac{L}{l+\frac{v^2}{2a}}$　（8）如式（7）所示：

$$\Delta l = \frac{v^2}{2a} \tag{7}$$

假设高速公路总长为 L，每辆车长度为 l，那么车流量为：

$$x = \frac{L}{l + \Delta l} =$$

又由时间与速度关系：

$$v = \frac{L}{tt} \tag{9}$$

将式（9）代入式（8），由于相对于几百公里的高速公路，仅有 4 至 5 米的车身长度可以忽略不计，从而得：

$$x = \frac{L}{l + \frac{L^2}{2att^2}} = \frac{1}{\frac{l}{L} + \frac{L}{2att^2}} \approx \frac{2att^2}{L} \tag{10}$$

由式（10）可得：

$$\frac{tt_i}{tt_m} = \sqrt{\frac{x_i}{x_m}} \tag{11}$$

将式（6）代入式（11），得：

$$t_i = \frac{tt_i}{tt_m} = \sqrt{1 + \frac{P_i}{P_0}\left(\frac{x_0}{x_m} - 1\right)} = \sqrt{1 + p_i(\varphi_0 - 1)} \tag{12}$$

其中$\varphi_0 = x_0/x_m$表示车流量比例。

3.5.2 价格-时间连续效用函数最优化问题求解

针对式（5）的目标函数与式（12）的约束条件，建立拉格朗日函数：

$$L = ln(2 - p_i) + \gamma ln\big(2 - E(t_i)\big) + \lambda\left(E(t_i) - \sqrt{1 + p_i(\varphi_0 - 1)}\right) \tag{13}$$

求解最优化的一阶条件为：

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial p_i} = -\frac{1}{2 - p_i} - \frac{\lambda}{2}\frac{\varphi_0 - 1}{\sqrt{1 + p_i(\varphi_0 - 1)}} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial E(t_i)} = -\frac{\gamma}{2 - E(t_i)} + \lambda = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = E(t_i) - \sqrt{1 + p_i(\varphi_0 - 1)} = 0 \end{cases} \tag{14}$$

解方程组，整理得：

$$\big((\gamma + 2)(\varphi_0 - 1)\big)^2 p_i^2 - 4(\varphi_0 - 1)\big((\gamma + 2)(\gamma(\varphi_0 - 1) - 1) + 4\big)p_i$$
$$+4(\gamma(\varphi_0 - 1) - 1)^2 - 16 = 0 \tag{15}$$

其中，γ和φ_0分别为偏好比例和流量参数，都是待估计的参数。

通过求解式（15），计算出每个出行者在其偏好参数下的最大支付意愿：

$$p_i^*(\gamma, \varphi_0) = \frac{-B(\gamma, \varphi_0) - \sqrt{B(\gamma, \varphi_0)^2 - 4A(\gamma, \varphi_0)C(\gamma, \varphi_0)}}{2A(\gamma, \varphi_0)} \tag{16}$$

其中：$A(\gamma,\varphi_0)=\left((\gamma+2)(\varphi_0-1)\right)^2$

$B(\gamma,\varphi_0)=-4(\varphi_0-1)\left((\gamma+2)(\gamma(\varphi_0-1)-1)+4\right)$

$C(\gamma,\varphi_0)=4(\gamma(\varphi_0-1)-1)^2-16$

A、B、C 分别为一元二次方程的系数。由式（3）所示的取值范围与后文实证结果，式（16）舍去一解。从式（16）中可以看到，每个消费者根据自身对于价格与时间的偏好，即γ的取值，都能够求得该消费者为节省通行时间所愿意支付的价格$p_i^*(\gamma|\varphi_0)$。

由于不同消费者的收入水平、消费偏好等存在差异，因此面对假期高速公路拥堵问题时，其偏好参数也不同。这就意味着针对某一价格区间，通过式（16）就能够解得愿意在此价格区间选择高速公路出行的消费者偏好参数临界值。进一步的依据偏好参数γ的分布情况，

$$\gamma\sim m(\gamma) \tag{17}$$

就能够测算出选择某一价格区间出行的消费者比例，从而得到分流效果的均衡解。但一方面这一均衡解受到主观需求函数参考点流量参数φ_0的影响，另一方面均衡解又会形成下一期消费者决策中主观需求函数的参考点。那么，在分流政策的长期实施过程中，消费者会依据每一次的分流结果来调整下一期决策时的主观需求约束，当消费者的主观需求函数的参考点与实际分流效果相同时，模型结果收敛至稳态解，这一稳态解就是价格分流政策实施的最终效果。

3.5.3 考虑日程偏好选择的总效用函数的动态规划求解

在实施阶梯收费政策时，消费者不可能在同时面对不同的高速公路收费标准，是通过不同时间不同价格来实现分流。与此同时，政府无法了解每个出行者的最大支付意愿，只能统一制定价格政策由消费者自行选择。而出行者则会通过选择低于其最大支付意愿的价格来获得额外效用，即经济学上的**消费者剩余**。依前文所述，价格一旦变动，就会对消费者的出行安排产生影响，如果消费者剩余足以弥补因选择较低收费标准而延迟的日程安排，那么就会出现选择低于最大支付意愿价格的现象。因此，基于上述逻辑推理，得出如下推论：

推　论：日程偏好越高的人群需要更难以改变日程安排，即日程偏好越高的人群选择较低价格出行所需要获得的消费者剩余则越多。

所以，当消费者的日程偏好相对较低时，即使其最大支付意愿大于 1，也有可能选择优惠价格甚至免费日出行，因此在制定价格区间时应当充分考虑消费者的日程偏好选择。基于此，本节以三种价格选择为案例，分析消费者的日程偏好选择问题。

本文选取三种价格水平分别为：

$$p_1 = 0，p_2 = p，p_3 = 1 \tag{18}$$

p_1、p_2、p_3分别代表现行免费政策，收取 p 折通行费以及收取全额通行费。由于相关调查数据的可得性，本文假设消费者的日程偏好β为一个与价格-时间偏好γ相关的随机变量，从而服从一定形式的条件概率分布：

$$\beta \sim h(\beta|\gamma) \tag{19}$$

那么，结合式（19）与式（17）、（18）就能够得到消费者价格-时间偏好参数与日程偏好参数的联合概率密度函数：

$$f(\gamma, \beta) = h(\beta|\gamma)m(\gamma) \tag{20}$$

根据式（20）就能够计算得到选择各出行价格的消费者的比例。

公式 1　选择全价出行人群比例

选择全价出行的消费者，是最大支付意愿高于 1 且不愿意改变行程的消费者，即其最高支付意愿与效用函数应当满足如下约束：

$$\begin{cases} p_i^*(\gamma_i) > 1 \\ u_i(1) + \beta_i \ln T_i > u_i(p) + \beta_i \ln(T_i - 1) \end{cases} \tag{21}$$

求解式（21）所示的不等式组，并经过整理，得到选择在全价日出行人群的各参数应当满足的不等式组形式：

$$\begin{cases} p_i^*(\gamma_i) > 1 \\ \beta_i > \dfrac{u_i(p) - u_i(1)}{\ln T_i - \ln(T_i - 1)} \end{cases} \tag{22}$$

将式（19）的条件代入式（18）的概率密度函数，并加上式（14）与（15）所得的最大支付意愿高于 1 人群的价格-时间偏好参数分布区间，就能够计算全价出行的比例：

$$\varphi_1 = \iint\limits_{\substack{\gamma_i > \gamma(1) \\ \beta_i > \frac{u_i(p) - u_i(1)}{\ln T_i - \ln(T_i - 1)}}}^{\infty \; \infty} f(\gamma_i, \beta_i) d\beta_i d\gamma_i \tag{23}$$

公式 2　选择优惠价格 p 折出行人群比例

选择 p 折出行的消费者，包含最大支付意愿大于等于 1 但其日程偏好参数较低，使其愿意减少一天以获取更多来自于价格效用，但另一方面该参数又不足以令免费价格所得消费者剩余能够弥补减少两天日程的效用损失的消费者：

$$\begin{cases} p_i^*(\gamma_i) > 1 \\ u_i(p) + \beta_i \ln(T_i - 1) > u_i(1) + \beta_i \ln T_i \\ u_i(p) + \beta_i \ln(T_i - 1) > u_i(0) + \beta_i \ln(T_i - 2) \end{cases} \tag{24}$$

以及最大支付意愿处于 p 和 1 之间但不会改变出行日程的消费：

$$\begin{cases} p < p_i^*(\gamma_i) < 1 \\ u_i(p) + \beta_i \ln T_i > u_i(0) + \beta_i \ln(T_i - 1) \end{cases} \tag{25}$$

由于最大支付意愿处于 p 和 1 之间的消费者仅仅面临两种选择：其一是选择 p 折出行T_i天，其二是选择免费通行日，则日程安排缩短一天，即$T_i - 1$天。因此式（25）的效用函数不等式中并未采用与最大支付意愿大于 1 的人群一致的日程参数表达。但这并不影响本文的实证检验与测算结果。同理，求解式（24）和（25）所示的不等式组，并经过整理，得到选择在优惠通行日出行人群的各参数应当满足的不等式组形式：

$$\begin{cases} p_i^*(\gamma_i) > 1 \\ \dfrac{u_i(0) - u_i(p)}{\ln(T_i - 1) - \ln(T_i - 2)} < \beta_i < \dfrac{u_i(p) - u_i(1)}{\ln T_i - \ln(T_i - 1)} \end{cases} \tag{26}$$

或

$$\begin{cases} p < p_i^*(\gamma_i) < 1 \\ \beta_i > \dfrac{u_i(0) - u_i(p)}{\ln T_i - \ln(T_i - 1)} \end{cases} \tag{27}$$

同样的将式（19）的条件代入式（18）的概率密度函数，并加上式（14）与（15）所得的最大支付意愿高于 1 及处于 p 与 1 之间人群的价格-时间偏好参数分布区间，就能够计算选择优惠价格 p 出行方式的比例为：

$$\varphi_2 = \iint\limits_{\substack{\gamma_i > \gamma(1) \\ \beta_i > \frac{u_i(0)-u_i(p)}{\ln(T_i-1)-\ln(T_i-2)}}}^{\substack{\infty \\ \beta_i < \frac{u_i(p)-u_i(1)}{\ln T_i - \ln(T_i-1)}}} f(\gamma_i, \beta_i) d\beta_i d\gamma_i + \iint\limits_{\substack{\gamma_i > \gamma(p) \\ \beta_i > \frac{u_i(0)-u_i(p)}{\ln T_i - \ln(T_i-1)}}}^{\substack{\gamma_i < \gamma(1) \\ \infty}} f(\gamma_i, \beta_i) d\beta_i d\gamma_i \tag{28}$$

公式 3　选择免费方出行人群比例

选择免费出行的消费者，包含最大支付意愿大于等于 1 但其日程偏好参数极低，使其从免费价格中所得消费者剩余能够弥补减少两天日程的效用损失的消费者：

$$\begin{cases} p_i^*(\gamma_i) > 1 \\ u_i(0) + \beta_i \ln(T_i - 2) > u_i(p) + \beta_i \ln(T_i - 1) \end{cases} \tag{29}$$

或者最大支付意愿处于 p 和 1 之间，但其日程偏好参数较低，使其愿意减少一天日程以获得更高的消费者剩余的人群：

$$\begin{cases} p < p_i^*(\gamma_i) < 1 \\ u_i(p) + \beta_i \ln T_i < u_i(0) + \beta_i \ln(T_i - 1) \end{cases} \tag{30}$$

以及其本身支付意愿低于 p，只愿意选择免费日出行的人群：

$$p_i^*(\gamma_i) < p \tag{31}$$

同理，求解式（29）、（30）和（31）所示的不等式组，并经过整理，得到选择在免费通行日出行人群的各参数应当满足的不等式组形式：

$$\begin{cases} p_i^*(\gamma_i) > 1 \\ \beta_i < \dfrac{u_i(0) - u_i(p)}{\ln(T_i - 1) - \ln(T_i - 2)} \end{cases} \tag{32}$$

或

$$\begin{cases} p < p_i^*(\gamma_i) < 1 \\ \beta_i < \dfrac{u_i(0) - u_i(p)}{\ln T_i - \ln(T_i - 1)} \end{cases} \tag{33}$$

或

$$p_i^*(\gamma_i) < p \tag{34}$$

同样的将式（19）的条件代入式（18）的概率密度函数，并加上式（14）与（15）所得的最大支付意愿高于 1、处于 p 与 1 之间以及低于 p 的人群的价格-时间偏好参数分布区间，就能够计算选择免费出行方式的比例为：

$$\varphi_3 = \iint\limits_{\substack{\gamma_i>\gamma(1) \\ -\infty}}^{\substack{\infty \\ \gamma_3<\frac{u_i(0)-u_i(p)}{\ln(T_i-1)-\ln(T_i-2)}}} f(\gamma_i,\beta_i)d\beta_i d\gamma_i + \iint\limits_{\substack{\gamma_i>\gamma(p) \\ -\infty}}^{\substack{\gamma_i<\gamma(1) \\ \gamma_3<\frac{u_i(0)-u_i(p)}{\ln T_i-\ln(T_i-1)}}} f(\gamma_i,\beta_i)d\beta_i d\gamma_i$$

$$+ \int_{-\infty}^{\gamma_i<\gamma(p)} m(\gamma_i)d\gamma_i \tag{35}$$

公式（23）、（28）和（35）三者和为 1，即积分区间涵盖了价格-时间偏好及日程偏好的全部取值范围，说明了模型的严谨性与完备性。

公式 4　第 i 种出行选择节省时间

将式（23）、（28）和（35）的分流流量结果带入式（11），分别能够得到三种出行选择所节省的时间：

$$\tau_i = 1 - t_i = 1 - \sqrt{\varphi_i} \tag{36}$$

至此，得到了由消费者价格-时间偏好参数、日程偏好参数和主观需求函数参考点决定的高速公路价格分流效果。这是一个均衡解，是消费者在价格、通行时间和出行日程三者之间权衡的结果。但消费者做出选择后则会根据式（36）的实际通行时间以及所选择的价格作为新的参考点修正其主观需求函数，直至实际通行时间与所选价格与其主观需求函数相匹配，即分流通行效果在消费者主观需求函数上。通过循环迭代就能够得到以价格手段实现假期高速公路分流的最终政策效果。

4 数据获取与参数估计

4.1 调查问卷设计与回收

为研究目前十一假期高速公路通行现状，分析价格对人们出行选择的影响，了解消费人群的日程偏好及对政策改变的主观接受程度，设计并最终形成《十一假期高速公路拥堵情况调查问卷》，分为 A、B、C 三个版本，均由十一出行情况调查和情景实验两部分组成，共计 18 题。三个版本在分流情景下提出了关于十一高速出行者对于价格与时间的选择问题，即在不同情景中设定差异性的拥堵时间、通行费用等相关数值。受访者随机获取问卷，并依据自身情况回答问题，以便获取更为全面、准确的出行偏好样本，为后续实证分析提供数据支持。

高德地图《国庆全国高速出行总结报告》指出，全国最拥堵区域有京津冀、长三角、珠三角及成渝地区等，本文在上述地区进行问卷调查，共计发放 9000 份调查问卷，有效问卷 8041 份，占比 89.3%，符合问卷调查有效标准。

4.2 价格-时间数据获取与参数估计

4.2.1 数据获取

本文设计的不考虑日程分流情景下的关于十一高速出行者对于价格与时间的选择问题，并得到了 8041 份关于减少固定比例堵车时间所得到的意愿最高支付价格。由于不存在日程变动的考虑，且直观地给出了时间节省比例，因此可以认为被调查者所填写的价格均满足无差异假设，即所节省时间正好能够弥补增加支出所带来的效用影响。根据式（2）的函数形式与假期高速免费通行的价格-时间$(0, \mathrm{tt_m})$，即有：

$$\gamma_i = \frac{\ln 2 - \ln\left(2 - \frac{P_i}{P_0}\right)}{\ln\left(2 - \frac{\overline{tt}}{tt_m}\right)} \tag{37}$$

其中P_i为被调查者所填写的支付意愿，$\overline{tt}$为情景中所设计的收费高速的通行时间，tt_m为情景中设定的当前高速满负荷的通行时间。根据式（37）就能够得到每个调查对象的价格-时间偏好系数的样本分布情况，如图 1 所示。

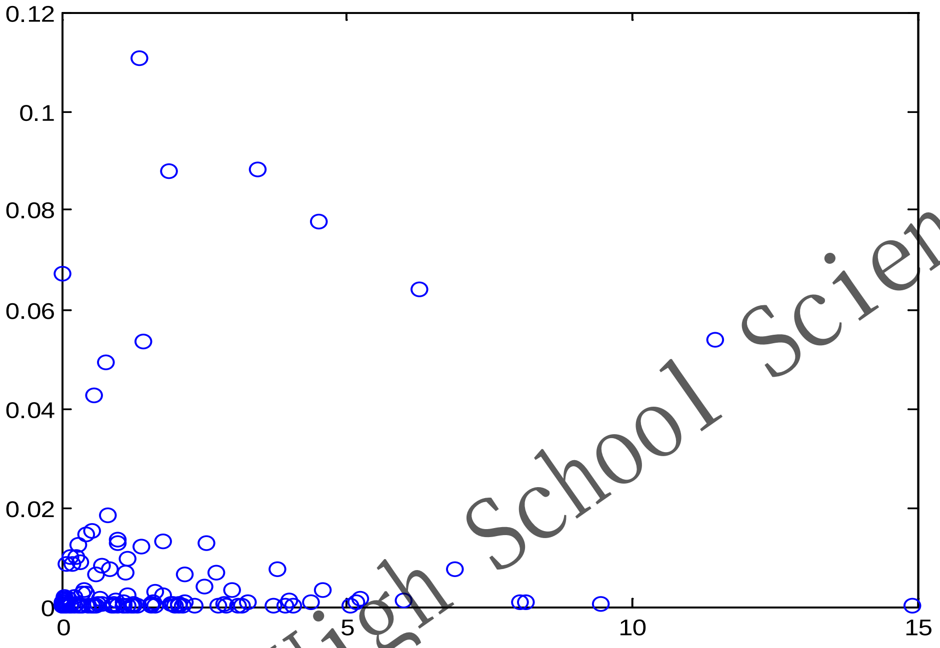


图 1 价格-时间偏好参数分布图

从图 1 中可以看到，消费者的价格-时间偏好参数的分布呈现出先增后减的趋势。但针对图中所示的概率分布情况需要作出如下三点说明与处理。

其一，在若干个高点之间存在者概率较低的点。这是因为在调查数据收集过程中，调查对象对于最高支付意愿的填写既存在着随机性又存在着取整规律性。一方面，在原价 100 元的高速通行费假设前提下，大多数调查对象均选择填写了诸如 50、60 等 10 的倍数，也存在着一部分人群选择填写了 55、65 等 5 的倍数，少数人的选择则更为随机。这就造成图 1 中价格-时间偏好参数分布呈现出了高点之间离散分布诸多低点的现象。因此，在样本的获取上需要采用区间分布的方式才能够去除这一影响。

第一步，选取概率值高于 0.04 的点作为参考点，并为了考虑概率分布总体趋势的变化，去除参考点中概率同时低于左右两端的点；

第二步，依据参考点之间离散样本点的个数计算得出相邻参考点之间的中间点；

第三步，基于相邻的中间点形成若干个区间，如此每个区间均包含并仅包含一个高值参考点；

最后基于概率加权平均的方法平滑图 1 的价格-时间偏好参数的分布。其均值与概率分别为：

$$\bar{\gamma}_i = \frac{\Phi'_{n_i}\big|_{\gamma\in[\gamma_{i-a},\gamma_{i+b})} \times \mathrm{P}_{n_i}\big|_{\gamma\in[\gamma_{i-a},\gamma_{i+b})}}{\bar{P}_i} \tag{38}$$

$$\bar{P}_i = \mathrm{P}_{n_i}\big|_{\gamma\in[\gamma_{i-a},\gamma_{i+b})} \times I_{n_i} \tag{39}$$

其中Φ_{n_i}和P_{n_i}分别为满足特定条件的γ_i和P_i组成的n_i维列向量，a 和 b 分别表示第 i 高点与其前后高点组成区间的中间点，$\bar{\gamma}_i$和$\bar{\mathrm{P}}_i$分别表示第 i 个样本区间的均值与概率。

其二，零点的概率较高，且右端仅存在着一个高点，其他点的概率值均为 0。这是因为存在约 1/8 的调查对象所填的最高支付意愿价格异常高于原价 2 倍。那么，根据式（2）的连续效用函数的形式，这部分调查结果会使得对数函数无法取得实数值，因此在数据处理上，一方面为了保留异常高值所反映的调查对象对高速拥堵问题的重视程度，另一方面也为了在参数回归中不损失高点取值，所以统一将其取值调整至 190 计算。这就造成图 1 右侧孤立高点的现象。因此，在平滑处理的过程中，本文将剔除这一部分取值，但在后文的概率密度函数中作为分段函数保留其数据信息。

依据式（38）、（39）能够得到平滑后的价格-时间偏好参数的分布情况，如图 2 所示。

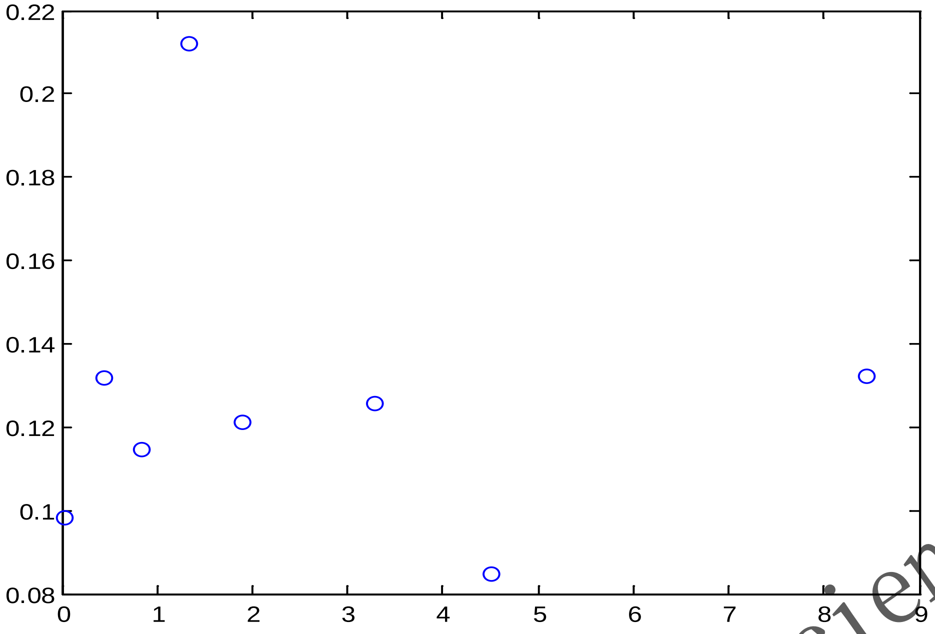


图 2 价格-时间偏好参数平滑样本

从散点图中不难看出，样本呈现出均值为正的正态分布形式，因此本文假设消费者出行的时间-价格偏好服从正态分布，即：

$$f_\gamma(x)=\begin{cases}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, & 0<x<\bar{x}\\ P_0 & ,x=0\\ P_m & ,x=\bar{x}\end{cases} \tag{40}$$

4.2.2 参数估计

式（40）为一个分段函数，当价格-时间偏好参数大于特定值x̄（调整价格为190）时，其概率为：

$$P_m=0.1321 \tag{41}$$

当价格-时间偏好参数大于 0 时，服从正态分布，需要对概率密度函数中均值和方差参数依据图 2 数据进行估计。

首先对式（40）中的正态分布函数进行对数线性化：

$$\ln f=-\frac{1}{2}\ln 2\pi-\ln\sigma-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2} \tag{42}$$

依据式（42）改写回归方程：

$$y=\ln f+\frac{1}{2}\ln 2\pi=-\ln\sigma-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}+\varepsilon \tag{43}$$

其中ε为随机干扰。由于式（43）是一个非线性回归方程，本文采用一阶泰勒展开式对其进行线性化：

$$y=y(\sigma_0,\mu_0)+\left.\frac{\partial y}{\partial \sigma}\right|_{(\sigma_0,\mu_0)}(\sigma-\sigma_0)+\left.\frac{\partial y}{\partial \mu}\right|_{(\sigma_0,\mu_0)}(\mu-\mu_0)+\xi \tag{44}$$

其中，

$$\begin{cases}\left.\dfrac{\partial y}{\partial \sigma}\right|_{(\sigma_0,\mu_0)}=\dfrac{(x-\mu_0)^2-\sigma_0^2}{\sigma_0^3}\\ \left.\dfrac{\partial y}{\partial \mu}\right|_{(\sigma_0,\mu_0)}=\dfrac{x-\mu_0}{\sigma_0^2}\\ y(\sigma_0,\mu_0)=-\ln\sigma_0-\dfrac{(x-\mu_0)^2}{2\sigma_0^2}\end{cases} \tag{45}$$

为初始值(σ_0,μ_0)时的偏导数，ξ为泰勒残值与干扰项的和，将式（44）改写为：

$$y+\ln\sigma_0+\frac{(x-\mu_0)(3x-\mu_0)-2\sigma_0^2}{2\sigma_0^2}=\begin{pmatrix}\dfrac{(x-\mu_0)^2-\sigma_0^2}{\sigma_0^3} & \dfrac{x-\mu_0}{\sigma_0^2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\sigma\\ \mu\end{pmatrix}+\xi \tag{46}$$

对式（46）选取适当初始值采用最小二乘法（OLS）进行迭代估计，当拟合优度改进低于 5%时认为改进不显著，得到回归结果。本文采用样本均值与方差作为非线性模型估计的初始值，通过迭代回归得到如表 1 所示结果：

表 1 非线性估计结果

	估计值	置信区间（95%）	显著性
μ	1.8500	（0.6820, 3.0179）	显著
σ	2.7666	（1.9486, 3.5846）	显著
R^2		0.9359	

从表 1 的估计结果中可以看到，拟合优度度量值R^2达到了 0.9359，其拟合优度极高，本文对概率密度函数形式的判断是稳健且准确的。此外，均值与标准差的估计结果均在显著性为 95%的置信区间内，且置信区间均不包含零点，因此可以判断无论是均值还是方差，其估计结果是显著的。从而得到式（40）的表达式为：

$$f_Y(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2.7666\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-1.85)^2}{15.3082}}, & x>0\\ P_0, & x=0\\ 0.1321, & x=\bar{x}\end{cases} \tag{47}$$

依据全概率公式：

$$P_0+\int_0^{\bar{x}}\frac{1}{2.7666\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-1.85)^2}{15.3082}}dx+0.1321=1 \tag{48}$$

计算得到当 x=0 时的概率：

$$P_0 = 0.1282 \tag{49}$$

至此，得到了消费者时间-价格参数分布的概率密度函数：

$$f_\gamma(x) = \begin{cases} \frac{1}{2.7666\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-1.85)^2}{15.3082}}, x > 0 \\ 0.1282 \qquad\qquad\qquad , x = 0 \\ 0.1321 \qquad\qquad\qquad , x = \bar{x} \end{cases} \tag{50}$$

如图 3 所示。

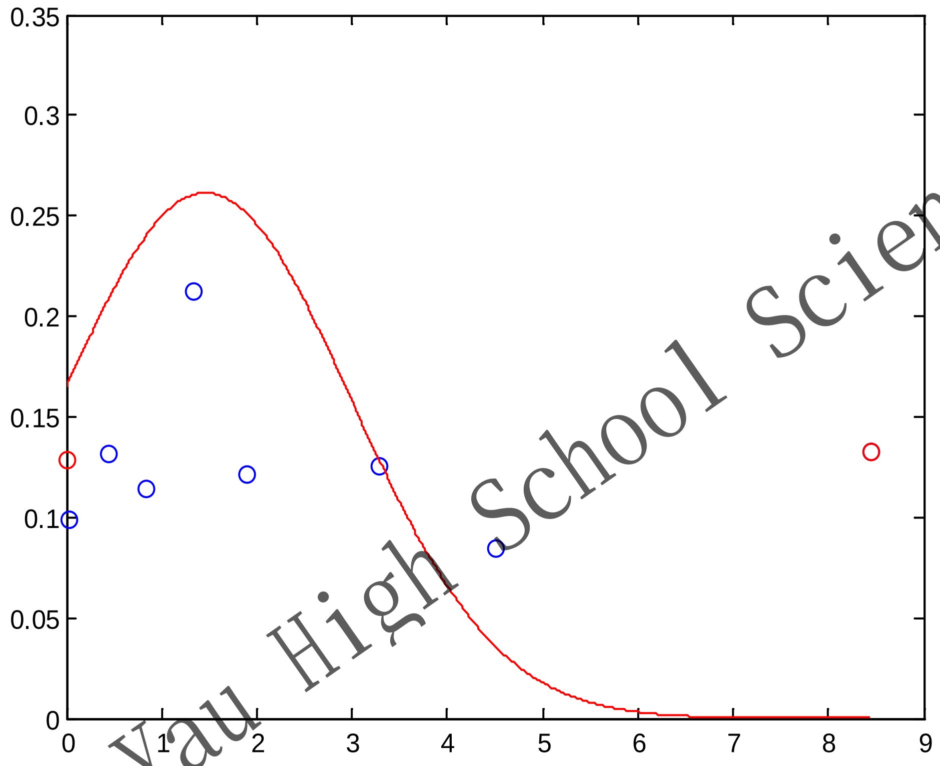


图 3 时间-价格偏好参数概率密度函数散点图与估计值

4.3 日程偏好数据获取与参数估计

4.3.1 数据获取

针对γ的每一个取值的样本，通过前文调查问卷中对其是否改变日程安排的统计，能够得到在γ特定取值条件下，改变日程安排的比例。由于具有相同价格-时间偏好参数的消费者如果日程选择一致，那么根据式（1）的无差异性，同样具有相同的日程偏好参数，因此本文将该比例作为日程偏好β的条件概率分布样本的替代变量，二者在统计意义上并无实质性差异。此外，为了保持与时间-价格偏好样本的一致性，采用同样的平滑处理区间统计调查对象的日程选择比例，如图 4 所示。

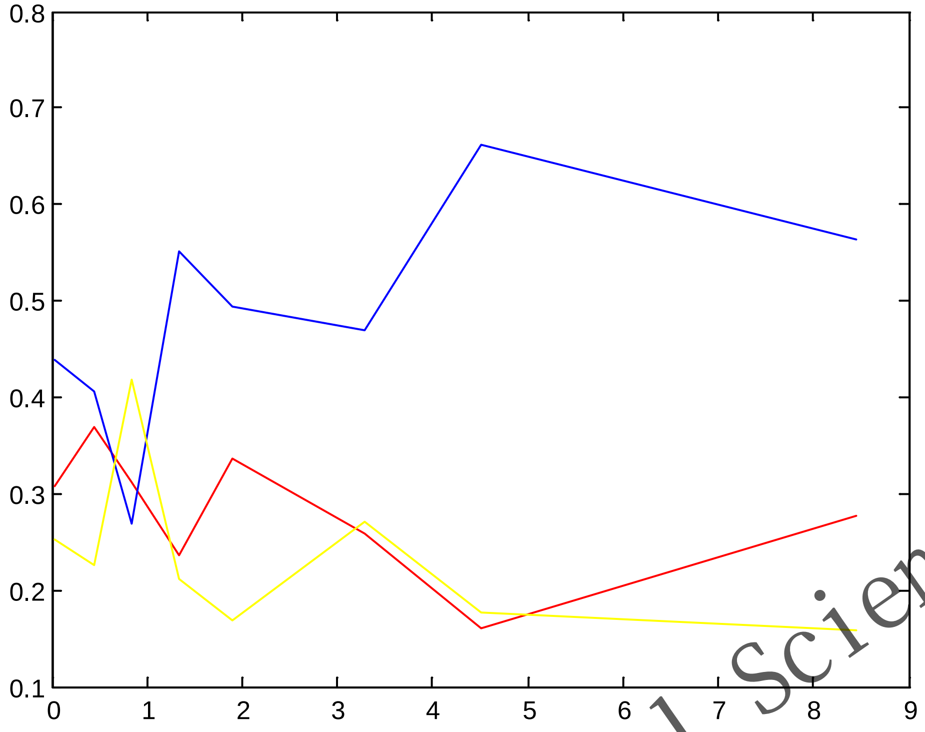


图 4 日程偏好参数的概率分布

其中，红线、蓝线、黄线分别代表日程不变动、缩短一天和缩短两天的消费者比例。

4.3.2 条件概率密度函数的估计

从图 4 中可以看到，随着时间-价格偏好参数的变化，日程偏好参数也随着具有一定的波动性，为了检验二者之间的关系，本文计算了各日程选择所对应的偏好参数序列与时间-价格序列之间的相关系数矩阵：

$$\rho=\begin{pmatrix} 1.0000 & -0.4401 & 0.5897 & -0.4872 \\ -0.4401 & 1.0000 & -0.7224 & 0.2398 \\ 0.5897 & -0.7224 & 1.0000 & -0.8446 \\ -0.4872 & 0.2398 & -0.8446 & 1.0000 \end{pmatrix} \qquad (51)$$

可以看到，日程不变动、缩短一天和缩短两天所对应的日程偏好参数序列与时间=价格偏好参数序列之间的相关性分别为-0.4401、0.5897 和-0.4872，具有一定程度的线性相关性。而从图 4 中可以看到，除缩短两天日程的参数序列与时间-价格偏好参数序列之间呈现出下降趋势之外，其他两个日程偏好参数序列与时间-价格偏好参数序列之间呈现出了二项式关系趋势，为稳健期间，本文分别采用了一次函数与二次函数的条件概率密度函数形式进行了参数估计，回归方程分别为：

$$(\beta_0 \quad \beta_1 \quad \beta_2) = (I_n \quad \gamma \quad \gamma^2)\begin{pmatrix} \alpha_0^0 & \alpha_0^1 & \alpha_0^2 \\ \alpha_1^0 & \alpha_1^1 & \alpha_1^2 \\ \alpha_2^0 & \alpha_2^1 & \alpha_2^2 \end{pmatrix} + \varepsilon \tag{52}$$

和

$$(\beta_0 \quad \beta_1 \quad \beta_2) = (I_n \quad \gamma)\begin{pmatrix} \alpha_0^0 & \alpha_0^1 & \alpha_0^2 \\ \alpha_1^0 & \alpha_1^1 & \alpha_1^2 \end{pmatrix} + \varepsilon \tag{53}$$

其中β_j表示日程选择缩短 j 天的日程偏好参数序列，为一个 n 维列向量，I_n为一个 n 维单位列向量，α_i^j代表日程选择缩短 j 天的日程偏好参数受时间-价格偏好参数γ的 i 次方影响的系数，ε为随机干扰。由于式（52）和（53）都是线性回归方程，本文采用 OLS 法进行估计，得到如表 2 和表 3 所示的回归结果。

表 2 二次函数回归结果

待估参数	回归系数	置信区间（95%）	显著性	R^2
α_0^0	0.3510	（0.2587, 0.4433）	显著	
α_1^0	-0.0535	（-0.1190, 0.0120）	不显著	-0.0417
α_2^0	0.0052	（-0.0023, 0.0127）	不显著	
α_0^1	0.3686	（0.1963, 0.5409）	显著	
α_1^1	0.0751	（-0.0472, 0.1973）	不显著	0.0684
α_2^1	-0.0060	（-0.0200, 0.0080）	不显著	
α_0^2	0.2804	（0.1329, 0.4279）	显著	
α_1^2	-0.0216	（-0.1262, 0.0831）	不显著	-0.0267
α_2^2	0.0008	（-0.0112, 0.0128）	不显著	

表 3 一次函数回归结果

待估参数	回归系数	置信区间（95%）	显著性	R^2
α_0^0	0.3090	（0.2320, 0.3860）	显著	-0.0010
α_1^0	-0.0102	（-0.0311, 0.0106）	不显著	
α_0^1	0.4173	（0.2917, 0.5428）	显著	0.0212
α_1^1	0.0249	（-0.0091, 0.0589）	不显著	
α_0^2	0.2737	（0.1770, 0.3704）	显著	-0.0202
α_1^2	-0.0146	（-0.0408, 0.0116）	不显著	

从表 2 和表 3 的回归结果中可以看到，虽然在相关性初步检验中，γ与β之间

存在着一定的线性相关性，但通过对线性模型的回归可以看到，无论是二次函数中的二次项、一次项还是一次函数中的一次项的回归结果均不显著，同时拟合优度也不理想。因此，本文认为此二者之间不存在显著的相关性，无法排除二者相互独立的原假设。因此直接采用均值作为各日程偏好的概率分布，即：

$$P_0 = 0.2825，P_1 = 0.4819，P_2 = 0.2356 \tag{54}$$

分别为不改变日程安排、缩短一日以获取较低通行费用、缩短两日以获取更低通行费用的比例。从而可以将式（23）、（28）和（35）改写为：

$$\varphi_1 = \int_{\gamma>\gamma(1)}^{\infty} f(\gamma)d\gamma \times P_0 \tag{55}$$

$$\varphi_2 = \int_{\gamma>\gamma(1)}^{\infty} f(\gamma)d\gamma \times P_1 + \int_{\gamma>\gamma(p)}^{\gamma<\gamma(1)} f(\gamma)d\gamma \times P_0 \tag{56}$$

$$\varphi_3 = \int_{\gamma>\gamma(1)}^{\infty} f(\gamma)d\gamma \times P_2 + \int_{\gamma>\gamma(p)}^{\gamma<\gamma(1)} f(\gamma)d\gamma \times (P_1 + P_2) + \int_{-\infty}^{\gamma<\gamma(p)} f(\gamma)d\gamma \tag{57}$$

5 模型模拟

5.1 参考点的获取

在价格-时间连续效用函数的求解中，假设消费者面对线性的需求函数，因此在消费者主观决策的一阶条件中，其参数φ_0也满足线性的需求函数以及流量-时间关系，根据式（11），直接采用正常通行时间与拥堵通行时间计算参数：

$$\varphi_0 = {t_0}^2 \tag{58}$$

而t_0是能够通过实际数据计算得到的，采用平均拥堵时间比例作为该值的代理变量。为保持与模型所用数据的一致性，并基于当前假期高速公路实际通行情况，此处采用调查问卷中通过实际案例所设置的情景，本文选取 3 小时为正常通行时间，9 小时为拥堵通行时间，因此计算得到该参数φ_0取值为 1/9。

但正如前文所述，在消费者选择某一出行方式后，会依据全价通行分流结果作为下一期的参考点，即$(1,\varphi_1)$。

5.2 模拟结果

本文运用 MATLAB 软件，通过设定相邻两期参考点距离低于 5%作为收敛条件编写了迭代模拟程序，同时为了考虑实际操作中计费与收费的简便性，在三阶梯收费时本文选取优惠价格为半价（即$p = 0.5$），制定如下的模拟方案。

模拟方案：10 月 1 日全价，10 月 2 日与 9 日半价，10 月 3 日至 8 日免费通行，10 月 10 日起，恢复正常通行，即 6 天免费通行，2 天半价通行，与当前共 7 天免费通行政策红利程度保持一致。

根据方案设计与前文所建模型，通过 MATLAB 程序循环迭代模拟，得到分流方案的最终效果：

$$\varphi_1 = 18.49\%，\varphi_2 = 24.57\%，\varphi_3 = 56.94\% \tag{59}$$

此外，依据式（58）与（59），能够计算在三阶梯定价模式下，每个价格阶梯的节省时间与总体节省时间。由于实际值$\varphi_0 = 1/9$均小于式（49）中所示的分流结果，由此可以判断，由于假期高速公路本身通行需求的激增，即使全额收费，其车流量仍高于饱和通行量，因此高速公路限速问题并不会影响通过式（49）测算节约时间。基于式（11），则各价格阶梯所节省通行时间为：

$$\tau_1 = 1 - \sqrt{\varphi_1} = 57\% \tag{60}$$

$$\tau_2 = 1 - \sqrt{\varphi_2} = 50.43\% \tag{61}$$

$$\tau_3 = 1 - \sqrt{\varphi_3} = 24.54\% \tag{62}$$

从而按分流比例加权得到总节省时间为：

$$\tau_{II} = \tau_1\varphi_1 + \tau_2\varphi_2 + \tau_3\varphi_3 = 36.9\% \tag{63}$$

模拟结果：三阶梯分流方案下有 18.49%的人选择全价出行，24.57%的人选择半价出行，56.94%的人选择免费出行，可平均减少 36.9%的拥堵时间。

6 结论与建议

本文依据国内相关研究及国外成功经验，并结合经济学理论将十一假期高速公路拥堵问题的成因归结为价格手段的缺失，基于此建立了十一假期高速出行人群的消费者均衡模型，通过求解最优化问题得到消费者出行选择、出行成本（高速公路通行费用）以及日程安排之间的关系，从而得到以价格实现假期高速分流效果的测算公式。并以十一假期高速公路免费通行政策为背景，基于调查数据与 MATLAB 程序进行参数估计和模型模拟，最终计算出方案的理论实施效果，得到主要结论如下：

（1）三阶梯分流方案可有效缓解十一假期高速公路拥堵。具体而言，有 18.49%的人选择全价出行，24.57%的人选择半价出行，56.94%的人选择免费出

行，可平均减少 36.9%的拥堵时间。

（2）基于消费者均衡理论的阶梯分流模型中，利用动态规划及拉格朗日乘数法求解方案分流效果的通用测算公式。回归结果显示：十一假期高速公路差异性收费能够发挥分散车流的作用，因此差异性收费要比完全免费更符合公众利益，为人们提供出行便利。

因此，建议相关政府部门逐步完善相关政策和技术，借鉴阶梯分流的定价模型，制定切实可行的分流政策，缓解节十一假期高速拥堵问题。

综上所述，将缺失的价格手段在不影响总体政策福利的前提下，再次引入到十一假期高速出行管理中，能够有效地针对集中出行日进行分流，以实现对十一假期高速拥堵问题的缓解。

7 模型评价

优点：

1.在大量的文献梳理基础上，综合分析了十一假期自驾出行影响因素的内在逻辑，较为科学

2.该论文通过构造一个出行者关于出行选择、出行成本（高速公路通行费用）以及日程安排之间效用函数的数学模型，解决了在不同定价模式下分流效果测算与模拟，方案有很强的针对性和创新性。

3.设计并下发调查问卷，基于调查问卷获取的消费者支付意愿价格数据，运用 Matlab 程序进行参数估计与模型模拟，最终得到分流方案的理论实施效果，验证了结论的正确性，同时也使所得结论更加直观。

4.阶梯分流模型在实践与理论上是非常有意义的，为政府部门研究制定相关政策，提供了有益的思路和参考。

不足与未来研究方向：

1.基于研究结论应具有较好普遍性考虑，本文选择向全国主要拥堵地区发放调查问卷的形式进行数据收集。但是，由于区域间经济发展水平、消费习惯等差异性因素的存在，致使全国性数据的分析在区域针对性方面存在不足。因此，未来可以选定某一特定地区进行数据分析，以便提出更为具体且有针对性的政策建议。

2.由于模型建立时无法将所有因素进行通盘考虑，因此在模型建立时进行了

必要的因素取舍和前提条件设定。因此，本中提出的政策建议在实际应用中仍需进行适应性调整。未来可在变量因素选取和假设提出等方面进行更为完善深入的分析。

8 致谢

从开始关注“十一假期高速拥堵问题”，到确定课题开展研究，直至最终成稿，无数次团队的激烈讨论，无数次调研的奔波，也无数次面对质疑，课题组成员经历过兴奋和欣喜，体验过困惑和挫败，但始终保持一份坚定而自信的热情，顺利完成了论文的研究。

感谢我们的辅导老师李金华老师。李老师的鼓励，总能让我们在失落中再次坚定研究的信心；李老师的指点，总能让我们在纷乱繁杂的研究中抓住重点；李老师的睿智，总能让我们有柳暗花明的慨叹。是李老师的启迪和引领，让我们在科技创新的路上，走得坚实而自信！

感谢吉林大学的陈超老师和张方老师。作为课题组顾问，两位老师在百忙中抽出宝贵时间，在数学和计算机方面给予了悉心的指导和帮助！

最后，要感谢在论文写作过程中给予我们支持的参与者；感谢给与我们鼓励的家人，你们的陪伴与支持使我们全身心投入到研究中；还要感谢学校的同学、朋友们，是你们让我们感受到了家庭般的温暖，让我们的高中生活多姿多彩。树叶已经开始泛黄，五彩斑斓的缝隙间透出一缕金色的阳光。时光荏苒，从不为谁多停留一秒，教会我们在未来的日子，珍惜，再珍惜，努力，再努力！

参考文献

[1] 李廷春,袁正.免费还是加收拥堵费——解决收费公路重大 节假日拥堵问题的经济学思考 ［J］.消费经济，2014，30(5):67-72

[2] 周聪.节假日免费期间高速公路拥堵的管理问题及对策[D].扬州大学,2017.

[3] 石乐.“节假日高速公路免费政策”的经济学分析[J].知识经济,2016(03):53+55.

[4] 穆霄峰.我国高速公路重大节假日交通拥堵现状分析及对策研究[D].山西大学,2016.

[5] 马姝宇.交通信息影响下节假日出行选择行为研究[D].北京交通大学,2017.

[6] 朱桃杏,任建新,张雪燕. 基于效用函数的京津冀高铁旅游出行需求研究 [J].铁道工程学报,2018(03):102-107

[7] 叶娟.广西高速公路节假日拥堵问题解决方法浅析[J].西部交通科技,2017(07):120-124.

[8] 尹祖奇.浅析节假日高速公路免费政策的问题及建议[J].现代经济信息,2017(20):44+46.

[9] 杨萌萌,周烨璇.重大节假日高速公路拥堵成因分析及管理策略研究[J].科技视界,2017(30):163-164.

[10] 刘清林,戴红良.小波滤波 BP 神经网络的高速公路节假日拥堵预测分析[J].公路工程,2016,41(06):98-102.

[11] 吴梦雪.分析节假日政策形成的需求及其与平常需求的异同[A].《决策与信息》杂志社、北京大学经济管理学院.“决策论坛——公共政策的创新与分析学术研讨会”论文集（上）[C].《决策与信息》杂志社、北京大学经济管理学院:《科技与企业》编辑部,2016:1.

[12] 吕梦蛟.基于移动通信基站大数据的高速公路交通状态采集研究与应用[J].公路,2016,61(08):157-164.

[13] 王征.多维空间 BP 神经网络的节假日高速公路网节点拥堵预测分析[J].公路,2016,61(04):162-169.

[14] 陈豪，王宇熹，李春晓.高速公路差异化收费引导假日旅游 供需平衡研究 [J]. 旅游学刊，2014，29 (1) : 83-90.

[15] 李金华，吕相舟，周思远，崔津墀.缓解高速公路拥堵的消费者均衡模型研究 [J]. 工业技术经济，2018，296 (6) : 100-105.

附录（相关数据和程序）

附录 1　数据

十一假期高速公路拥堵情况调查问卷数据（详细数据见文后所附 EXCEL 表）

试卷类型	第8题选1	第8题选2	第8题选3	第8题选D	第10题
1				1	80
1			1		100
1		1			300
1			1		0
1	1				60
1	1				60
1				1	80
1				1	80
1		1			60
1	1				60
1		1			80
1		1			60
1		1			80
1		1			80
1			1		60
1				1	60
1			1		80
1				1	0
1		1			100
1		1			0

附录 2　程序

1.MATLAB 主程序

```
clear all;
close all;
clc;
D=xlsread('1.xlsx');
Gama=gama(D);
[gama_s f]=gamaf(Gama);
figure(1);
plot(gama_s,f,'o');
[gs gf mid]=gsmooth(gama_s,f);
figure(2);
plot(gs,gf,'o');
t=length(gs);
gss=gs(1:t-1);
gff=gf(1:t-1);
```

```
gma=gs(t);
fma=gf(t);
[u0,sigma0]=stat(gss,gff);
n=length(gff);
y=log(gff)+log(2*pi)*ones(n,1)/2;
x=gss;
[beta brint R]=est(y,x,u0,sigma0);
sigma=beta(1);
u=beta(2);
[gamas ef]=estgamaf(u0,sigma0);
p0=1-(normcdf(gma,beta(2),beta(1))-normcdf(0,beta(2),beta(1)))-fma;
figure(3);
plot(gs,gf,'ob',0,p0,'or',gamas,ef,'-r',gma,fma,'or');
 [P0,P1,P2]=gbeta(D,Gama,gama_s);
[SP0,SP1,SP2]=bsmooth([P0 P1 P2],mid);
[betab1 betabri1 betaR1]=estgb1(gs,SP0,SP1,SP2);
[betab2 betabri2 betaR2]=estgb2(gs,SP0,SP1,SP2);
m=length(SP0);
cc=ones(1,m);
sp0=cc*SP0/m;
sp1=cc*SP1/m;
sp2=cc*SP2/m;
[phy1 phy2 phy3 x1 x2 i]=simu(1/9,p0,gma,fma,sp0,sp1,sp2,beta(2),beta(1));
```

2. 时间-价格偏好参数样本生成函数

（1）数据获取函数

```
function A=gama(DATA)
type=DATA(:,1);
p=DATA(:,6);
p=p/100;
```

```
n=length(p);
A=[];
for i=1:n
    if p(i)>=2
        p(i)=1.8;
    else
    end
end
for i=1:n
    if type(i)==1
        xi=(log(2)-log(2-p(i)))/log(2-3/9);
    elseif type(i)==2
        xi=(log(2)-log(2-p(i)))/log(2-5/9);
    elseif type(i)==3
        xi=(log(2)-log(2-p(i)))/log(2-7/9);
    end
    A=[A;xi];
end
```

2. 时间-价格偏好参数样本生成函数

（1）数据获取函数

```
function A=gama(DATA)
type=DATA(:,1);
p=DATA(:,6);
p=p/100;
n=length(p);
A=[];
for i=1:n
    if p(i)>=2
        p(i)=1.8;
```

```
    else
    end
end
for i=1:n
    if type(i)==1
        xi=(log(2)-log(2-p(i)))/log(2-3/9);
    elseif type(i)==2
        xi=(log(2)-log(2-p(i)))/log(2-5/9);
    elseif type(i)==3
        xi=(log(2)-log(2-p(i)))/log(2-7/9);
    end
    A=[A;xi];
end
```

（2）统计样本概率函数

```
function [gama_s gama_p]=gamaf(Gama)
g_s=unique(Gama);
N=length(Gama);
gama_s=sort(g_s);
n=length(gama_s);
gama_p=[];
for i=1:n
    gi=gama_s(i);
    b=find(Gama==gi);
    ni=length(b);
    fi=ni/N;
    gama_p=[gama_p;fi];
end
a=[];
for j=1:n
```

```
    if isnan(gama_s(j))==1
        a=[a;j];
    else
    end
end
gama_s(a)=[];
gama_p(a)=[];
end
```

（3）平滑处理函数

```
function [sg_s,sg_f,mid]=gsmooth(gama_s,gama_f)
b=find(gama_f>0.04);
n=length(b);
mid=[];
sg_s=[];
sg_f=[];
for ii=2:n-1
    f1=gama_f(b(ii-1));
    f2=gama_f(b(ii+1));
    ff=gama_f(b(ii));
    if ff<f1&ff<f2
        a=ii;
    else
    end
end
b(a)=[];
tt=length(b);
for i=2:tt-1
    midd=fix((b(i-1)+b(i))/2);
    mid=[mid;midd];
end
```

```
nn=length(gama_s);
mid=[1;mid;nn];
mid=unique(mid);
t=length(mid);
for j=2:t
    gs=gama_s(mid(j-1):mid(j));
    gf=gama_f(mid(j-1):mid(j));
    tt=length(gs);
    sgf=ones(1,tt)*gf;
    sgj=ones(1,tt)*(gs.*gf)/sgf;
    sg_s=[sg_s;sgj];
    sg_f=[sg_f;sgf];
end
end
```

（4）回归样本统计量计算函数

```
function [u sigma]=stat(x,p)
n=length(x);
u=x'*p;
dx=x-ones(n,1)*u;
sigma=((dx'*dx)/n)^(1/2);
end
```

（5）非线性回归函数

```
function [beta brint R]=est(y,x,u,sigma)
n=length(y);
a=ones(n,1);
i=1;
R=0.01;
r=1;
u0=u;
sigma0=sigma;
```

```
b=[10000;10000];
while r/R-1>0.05 | abs(b(1)/sigma0-1)>0.05 | abs(b(2)/u0-1)>0.05
    if i==1
        u0=u;
        sigma0=sigma;
        R=0;
    else
        u0=b(2);
        sigma0=b(1);
        R=r;
    end
    yy=y+log(sigma0)*a+((x-u0*a).*(3*x-u0*a)-2*sigma0^2*a)/(2*sigma0^2);
    xx1=((x-u0*a).^2-sigma0^2*a)/(sigma0^3);
    xx2=(x-u0*a)/(sigma0^2);
    xx=[xx1 xx2];
    [b brint r rint stats]=regress(yy,xx);
    r=stats(1);
    i=i+1;
end
beta=b;
end
```

（6）拟合线生成函数

```
function [gama,f]=estgamaf(u,sigma)
gama=0:0.01:8.44;
gama=gama';
f=normpdf(gama,u,sigma);
end
```

（7）日程偏好参数获取函数

```
function [p0,p1,p2]=gbeta(D,gama,gama_s)
n=length(gama);
```

```
p0=D(:,5);
p11=D(:,2);
p12=D(:,3);
p2=D(:,4);
for i=1:n
    p_s=p0(i);
    if isnan(p_s)==1
        p0(i)=0;
    else
    end
end
for i=1:n
    p_s=p11(i);
    if isnan(p_s)==1
        p11(i)=0;
    else
    end
end
for i=1:n
    p_s=p2(i);
    if isnan(p_s)==1
        p2(i)=0;
    else
    end
end
for i=1:n
    p_s=p12(i);
    if isnan(p_s)==1
        p12(i)=0;
    else
```

```
    end
end
p1=p11+p12;
m=length(gama_s);
P=[];
for i=1:m
    g_s=gama_s(i);
    a=find(gama==g_s);
    t=length(a);
    Pi=[p0(a) p1(a) p2(a)];
    [z,s]=size(Pi);
    c=ones(1,z);
    Pii=c*Pi/t;
    P=[P;Pii];
end
p0=P(:,1);
p1=P(:,2);
p2=P(:,3);
end
```

（8）平滑处理函数

```
function [sp0 sp1 sp2]=bsmooth(P,mid)
t=length(mid);
SP=[];
for j=2:t
    n=mid(j)+1-mid(j-1);
    Pi=P(mid(j-1):mid(j),:);
    [z,s]=size(Pi);
    c=ones(1,z);
    Pii=c*Pi/z;
    SP=[SP;Pii];
```

```
end
sp0=SP(:,1);
sp1=SP(:,2);
sp2=SP(:,3);
end
```

（9）一次方程回归函数

```
function [b brint R]=estgb1(gs,sp0,sp1,sp2)
n=length(gs);
x=[gs ones(n,1)];
b=[];
brint=[];
R=[];
for i=1:3
    if i==1
        y=sp0;
    elseif i==2
        y=sp1;
    elseif i==3
        y=sp2;
    end
    [bi brinti stati]=regress(y,x);
    Ri=stati(1);
    b=[b bi'];
    brint=[brint brinti'];
    R=[R Ri];
end
```

（10）二次方程回归函数

```
function [b brint R]=estgb(gs,sp0,sp1,sp2)
```

```
n=length(gs);
x=[gs.^2 gs ones(n,1)];
b=[];
brint=[];
R=[];
for i=1:3
    if i==1
        y=sp0;
    elseif i==2
        y=sp1;
    elseif i==3
        y=sp2;
    end
    [bi brinti stati]=regress(y,x);
    Ri=stati(1);
    b=[b bi'];
    brint=[brint brinti'];
    R=[R Ri];
end
```

（11）模型模拟函数

```
function [phy1 phy2 phy3 xxx1 xxx2 i]=simu(phy0,p0,gm,pm,sp0,sp1,sp2,u,sigma)
syms x;
i=1;
phy1i=1;
phy_0=0.5;
while abs(phy1i/phy_0-1)>0.05
    if i==1
        phy_0=phy0;
    else
```

```
        phy_0=phy1i;
    end
    A1=(phy_0-1)^2;
    B1=-4*(phy_0-1)*phy_0;
    C1=4*(phy_0-4)*phy_0;
    A2=((phy_0-1)^2)/4;
    B2=-2*(phy_0/2+1/2)*(-3/2);
    C2=4*(phy_0/2-7/2)*(phy_0/2+1/2);
    x1=solve([num2str(A1) '*x^2+' num2str(B1) '*x+' num2str(C1)],'x');
    x2=solve([num2str(A2) '*x^2+' num2str(B2) '*x+' num2str(C2)],'x');
    xx1=eval(x1);
    xx2=eval(x2);
    a1=find(xx1>0);
    a2=find(xx2>0);
    xxx1=xx1(a1);
    xxx2=xx2(a2);
    phy1i=(normcdf(gm,u,sigma)-normcdf(xxx1,u,sigma)+pm)*sp0;

phy2i=(normcdf(gm,u,sigma)-normcdf(xxx1,u,sigma)+pm)*sp1+(normcdf(xxx1,u,sigma)
-normcdf(xxx2,u,sigma))*sp0;

phy3i=(normcdf(gm,u,sigma)-normcdf(xxx1,u,sigma)+pm)*sp2+(normcdf(xxx1,u,sigma)
-normcdf(xxx2,u,sigma))*(sp1+sp2)+(normcdf(xxx2,u,sigma)-normcdf(0,u,sigma)+p0)
;
    i=i+1;
end
phy1=phy1i;
phy2=phy2i;
phy3=phy3i;
end
```

附录 3　调查问卷（A、B、C 卷）

十一假期高速公路拥堵情况调查问卷　（A 卷）

非常感谢您在百忙之中参与本次调查。我们是吉林大学附属中学高中部的学生，正在进行十一假期高速公路拥堵情况调查，将根据调查结果研究解决方案，您的支持对我们非常重要。为切实维护您的隐私，调查采取匿名形式，问卷选项没有对错之分，调查结果只为研究提供数据支持，请您放心填写，在选择的答案上画“√”。诚挚感谢您的参与和支持！

第一部分：十一假期出行情况调查

1.过去三年的十一假期中，您是否有过（参与）自驾出行的经历

A. 有　　B. 没有

2.您对十一假期高速公路通畅程度是否满意？

A. 满意　　B. 不满意

3.在十一假期自驾出行期间，您在高速公路上遇到堵车的最长时间为

A. ≤4 小时　B. ＞4 小时　C. 没遇到过

4.如果十一假期（参与）自驾出行，您通常的出行天数为

A. ≤3 天　B. 4～5 天　C. 6～7 天　D. 7 天以上

5.如果十一假期（参与）自驾出行，您的目的通常会是

A. 旅游　B. 探亲　C. 公务　D. 其他

6.如果十一假期（参与）自驾出行，您是否会做详细的出行预算？

A. 会　B. 不会

第二部分：情景实验

情景一：2016 年 10 月 1 日上午，家住北京的王先生，按照提前计划好的 **7 天**行程，和家人驾车出游。想着第一天车程不算远，还能节省 **100 元**高速通行费，兴致盎然。但出发没多久，就在 G4 京广高速遇到严重堵车，**原本 3 小时的车程最终开了 9 个小时。**因为 8 号还要按时上班，王先生一家人 7 号返程，结果又遭遇长达 5 公里的拥堵，到家时已是次日凌晨。

7.您会因为十一假期高速公路拥堵而放弃自驾出行吗？

A. 会　B. 视情况而定　C. 不会

8.如果您面对王先生遇到的这种情况，您会考虑将原来的出行计划

A. 延后 1 天出发，按期返程（减少 1 天）　B. 按期出发，提前 1 天返程（减少 1 天）

C. 延后 1 天出发，提前 1 天返程(减少 2 天)　D. 不做调整

9.您觉得十一假期高速公路拥堵对王先生最大的负面影响是（单选）

A. 额外付出了时间（经济）成本　B. 身体疲惫　C. 情绪烦躁

10.如果您是王先生，假设旁边另有一条收费高速公路可以为您躲避这 6 小时拥堵，您愿意为此支付（　　　　）元。

（**说明：——B 卷 第 10 题为：**如果您是王先生，假设旁边另有一条收费高速公路可以为您减少 **2/3（即 4 小时）**的拥堵时间，您愿意为此支付_______元。

——C 卷 第 10 题为：如果您是王先生，假设旁边另有一条收费高速公路可以为您减少 **1/3（即 2 小时）**的拥堵时间，您愿意为此支付_______元。）

情景二：2016 年十一，家住上海的李先生和朋友自驾去 **800 公里**外的武汉游玩。为了

躲避拥堵，特意请了一天假，9 月 30 日一早从上海出发，一路畅通顺利到达目的地。回程时选择了 6 号返程，避过拥堵高峰。李先生觉得：虽然去程花了 **400 元**的高速通行费，但至少保证了通行顺畅。

（**说明：——B 卷：情景中条件为**去 500 公里外目的地游玩，花费单程高速通行费 260 元
——C 卷：情景中条件为去 300 公里外目的地游玩，花费单程高速通行费 150 元）

11. 如果您十一假期（参与）自驾出行，通常单程的里程是

A. ＜400 公里　　B. 400～800 公里　　C. ＞800 公里

12. 您是否认同李先生花费单程高速通行费躲避拥堵的方式？

A. 认同　　B. 不认同

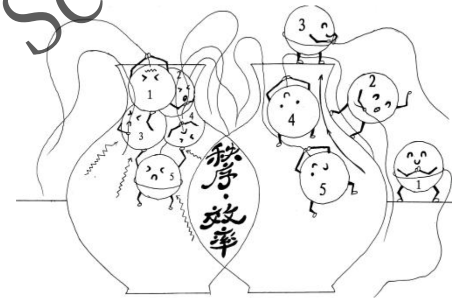
13. 为了躲避十一假期拥堵，您是否愿意参照李先生的做法，比法定假期提前出发或延后返程？

A. 愿意　　B. 不愿意

14. 如果十一假期恢复高速公路收费，您是否支持？

A. 支持　　B. 不支持

情景三：“秩序—效率”实验要求五位同学，在最短时间内拽出窄口玻璃瓶中带着绳子的 5 个彩色小球（瓶口只能容纳一个小球通过），如果同时拽出会造成彩球拥堵在瓶口，如果按照秩序，分别拉动绳子，2 秒钟即可完成任务。如果针对十一假期高速公路拥堵情况进行“有秩序分流”：（假设十一假期为 10 月 1 日~7 日）



15. 您是否认为，造成当前十一假期高速公路拥堵的最主要原因是“出行时间过于集中”？

A. 是　　B. 不是

16. 您是否支持政府相关部门针对“出行时间过于集中”进行“有秩序分流”？

A. 支持　　B. 不支持

17. 如果十一假期高速公路采取不同时段阶梯式收费的方法，进行“有秩序分流”，您能予以理解吗？

A. 能理解　　B. 不理解

18. 如果将十一期间高速公路免费日期改为“2—8 日”，以对假期首日和末日拥堵进行“有秩序分流”，您能予以理解吗？

A. 能理解　　B. 不理解